



Espelhos esféricos

Como dito anteriormente, o nome de um espelho é baseado na curvatura de sua superfície. Assim, para um espelho ser chamado de esférico, a sua curvatura tem que ser parte de uma esfera.

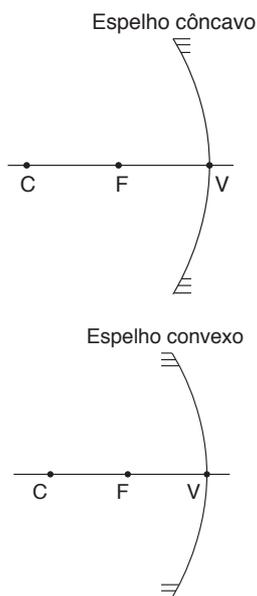
Em outras palavras, um espelho esférico é feito em uma calota esférica, ou seja, uma superfície parecida com a de uma colher. Com esse tipo de superfície podemos fazer dois espelhos diferentes: com a parte externa da calota espelhada e com a parte interna espelhada.

Quando o espelho esférico tiver a parte externa espelhada, será chamado de espelho convexo. Ele recebe esse nome pois a superfície espelhada é convexa. Em nosso cotidiano, encontramos alguns objetos que apresentam de maneira rudimentar o funcionamento do um espelho convexo, como as costas de uma colher, uma bola de árvore de natal, etc.

Quando o espelho esférico tiver a parte interna espelhada, será chamado de espelho côncavo. Ele recebe esse nome pois a superfície espelhada é côncava. A parte interna de uma colher bem polida se comporta de maneira semelhante a um espelho côncavo.

Elementos básicos dos espelhos esféricos

A figura a seguir mostra o perfil de um espelho côncavo e um convexo:



A diferenciação entre espelhos côncavos e convexos é feita observando-se qual face é espelhada.

Os pequenos traços indicam a parte não espelhada do espelho, ou seja, as costas do espelho.

O ponto C mostrado na figura representa o centro da esfera da qual o espelho foi feito. Ele é chamado de centro de curvatura do espelho.

O ponto V representa o ponto central do espelho. É denominado vértice do espelho.

A linha imaginária que liga o vértice ao centro de curvatura é conhecida como eixo do espelho.

Na metade da distância entre o centro de curvatura e o vértice, está o foco do espelho. Assim, dizemos que a distância focal é metade do raio de curvatura do espelho:

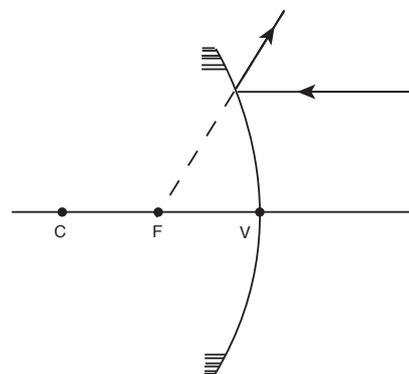
$$f = \frac{R}{2}$$

Raios notáveis

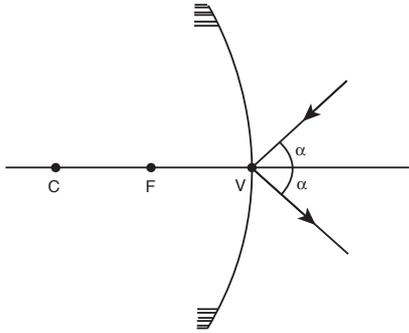
Desenhar a reflexão de raios de luz em espelhos esféricos nem sempre será uma tarefa fácil, justamente devido à curvatura do espelho. Por isso, utilizamos alguns raios cujas trajetórias são mais fáceis de prever. Esses raios são chamados de raios notáveis.

Os raios notáveis são diferentes para o espelho côncavo e o convexo. Veja as figuras a seguir, que mostram os raios notáveis para o espelho convexo:

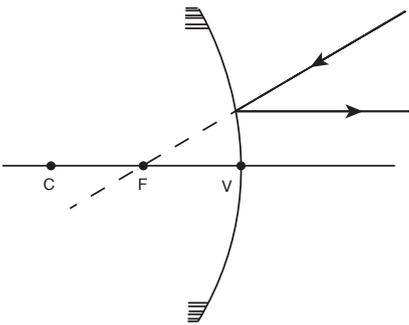
1º) Todo raio de luz que incidir no espelho paralelamente ao seu eixo óptico será refletido com o seu prolongamento passando pelo foco do espelho.



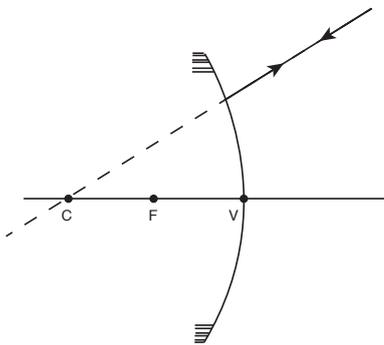
2º) Todo raio de luz que incidir no vértice do espelho convexo será refletido usando o eixo do espelho como a normal. Assim, os ângulos de incidência e reflexão serão facilmente desenhados.



3º) Todo raio de luz que incidir no espelho na direção do foco será refletido paralelamente ao eixo do espelho.

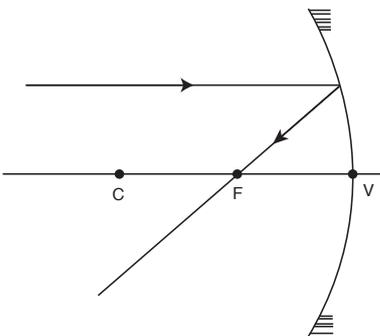


4º) Todo raio de luz que incidir na direção do centro de curvatura será refletido sobre si mesmo.

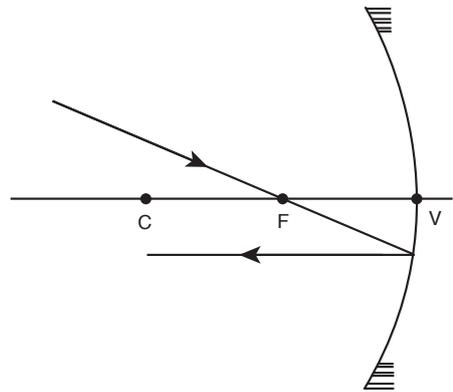


Veja agora os raios notáveis para o espelho côncavo:

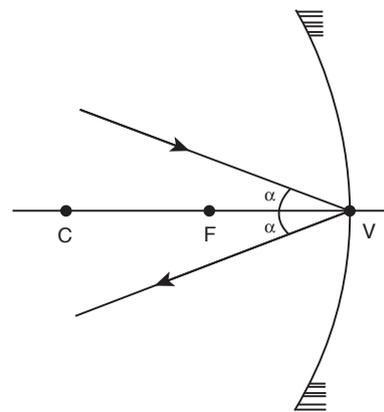
1º) Todo raio de luz que incidir no espelho paralelo ao seu eixo será refletido no foco do espelho.



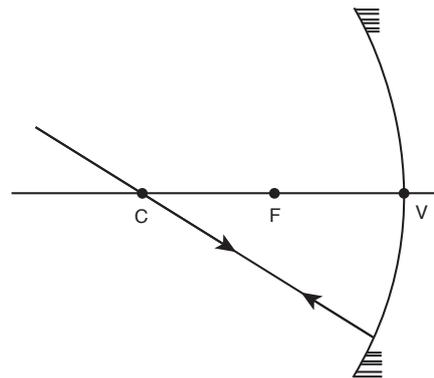
2º) Todo raio de luz que passar pelo foco antes de incidir no espelho será refletido paralelamente ao eixo do espelho. Repare que esse raio representa o caminho inverso do primeiro raio notável.



3º) Todo raio de luz que incidir no vértice do espelho côncavo será refletido usando o eixo do espelho como a normal. Assim, os ângulos de incidência e reflexão serão facilmente desenhados.



4º) Todo raio de luz que passar pelo centro de curvatura antes de incidir no espelho será refletido sobre si mesmo, passando novamente pelo centro de curvatura.



Formação de imagens nos espelhos esféricos

Uma das diferenças entre os espelhos esféricos e o espelho plano é a maneira como devemos proceder para desenhar as imagens que esses espelhos formam. Tanto no espelho côncavo, quanto no espelho convexo, devemos seguir esses passos para desenhar uma imagem:

1. desenhar pelo menos dois raios de luz partindo de um mesmo ponto do objeto em direção ao espelho;

2. traçar corretamente a reflexão desses raios de luz no espelho. Para essa tarefa ficar mais fácil, é aconselhável usar os raios notáveis;
3. depois de desenhar os raios refletidos, podemos encontrar duas possibilidades:
 - a) os raios refletidos se cruzam em um determinado ponto. Se isso acontecer, será formada ali a imagem do ponto do objeto de onde os raios partiram;
 - b) os prolongamentos desses raios refletidos se cruzam em certo ponto. Quando isso acontecer, será formada ali a imagem daquele ponto do objeto de onde os raios partiram.

Quando a hipótese 3.a é satisfeita, dizemos que o espelho formou uma imagem real. Quando a hipótese 3.b é satisfeita, dizemos que o espelho formou uma imagem virtual.

Imagens reais	encontro dos raios de luz refletidos pelo espelho.
Imagens virtuais	encontro dos prolongamentos dos raios de luz refletidos pelo espelho.

Além disso, os espelhos esféricos podem originar imagens maiores ou menores do que os objetos, ao contrário do espelho plano, que sempre forma imagens do mesmo tamanho do objeto.

Nós também caracterizamos as imagens fornecidas pelos espelhos esféricos em imagens diretas ou invertidas. Para definirmos isso, não precisamos nos preocupar com o tamanho da imagem, apenas com a sua orientação vertical em relação ao objeto. Veja:

Objeto ↑	Imagem Invertida ↓	Objeto ↑	Imagem Direta ↑
Objeto ↓	Imagem Direta ↓	Objeto ↓	Imagem Invertida ↑

LEMBRETE

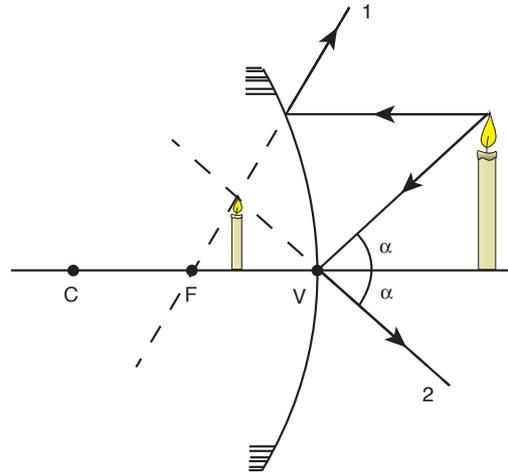
Imagens invertidas não são imagens de “cabeça para baixo”. Para determinar se uma imagem é direta ou invertida, temos que compará-la sempre com o objeto.

Imagem do espelho convexo

Encontramos com um espelho convexo rotineiramente em nossas vidas. A maioria das pessoas apenas não percebe isso. Eles são usados em retrovisores externos dos automóveis, portões de garagens, lojas de conveniência e no interior do ônibus, na parte de trás. Em todas essas situações, ele é

usado por causa de uma característica muito importante do espelho convexo: o seu grande campo visual. Os espelhos convexos formam imagens menores do que os objetos e, por isso, conseguem mostrar mais objetos em suas imagens. Vamos estudá-los em mais detalhes.

Na figura a seguir, a seta maior à direita representa um objeto que foi colocado diante de um espelho convexo. A partir da ponta do objeto, foram desenhados dois raios de luz que foram refletidos no espelho; são os raios 1 e 2. Nessa figura, os raios refletidos não se encontraram, então desenhamos a imagem no encontro dos prolongamentos desses raios. Como os raios partiram da ponta da seta (objeto), o lugar onde eles se cruzam representa o ponto onde se formará a imagem da ponta da seta.



Espelhos convexos sempre formarão imagens menores que o objeto.

Na figura em questão, a imagem está representada pela seta menor situada entre o foco e o vértice do espelho. Sempre que um espelho convexo formar uma imagem de um objeto, ela terá as mesmas características da imagem formada acima. Ele será:

- virtual, pois é formada pelos prolongamentos dos raios;
- menor do que o objeto;
- direta;
- situada entre o foco e o vértice do espelho.

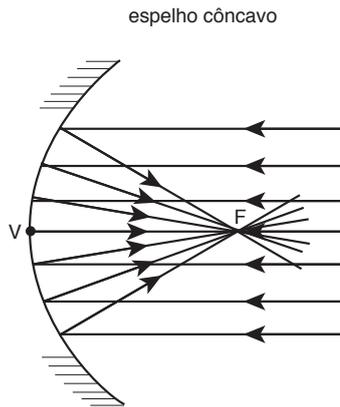
Sempre que um espelho convexo formar uma imagem diretamente de um objeto, a imagem terá necessariamente essas quatro características juntas.

Imagens do espelho côncavo

Os espelhos côncavos não são encontrados com tanta frequência em nossa vida cotidiana quanto os espelhos convexos. Veja alguns exemplos de suas aplicações:

- as mulheres costumam carregar um espelho côncavo em suas bolsas. É aquele espelho de maquiagem usado para aumentar a imagem do rosto, propiciando uma melhor visualização dos detalhes do rosto;
- esses espelhos eram usados na fabricação dos faróis dos automóveis. Atualmente utilizam-se os espelhos parabólicos;
- os espelhos côncavos podem ser usados na construção de telescópios. No entanto, é mais comum encontrarmos telescópios feitos com lentes e que não utilizam espelhos;
- outra aplicação desses espelhos é a concentração de raios de luz. Ao voltarmos um desses espelhos para o Sol, os raios solares incidentes no espelho serão todos paralelos, devido à enorme distância entre o espelho e

o Sol. Assim, de acordo com o primeiro raio notável do espelho côncavo, esses raios serão todos convergidos para o foco do espelho. Observe:



Todos os raios luminosos que incidem paralelamente ao eixo do espelho passam pelo seu foco.

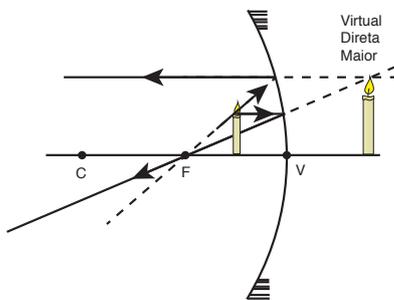
Assim, no foco nós teremos uma altíssima concentração de luz. Isso também significa que teremos alta concentração de calor, pois a luz transporta energia na forma de calor. Então, esse ponto aquece-se e atinge temperaturas relativamente altas, podendo, inclusive, atear fogo em certos objetos.

Raios de luz que incidem em um corpo e são provenientes de um objeto muito distante serão sempre raios paralelos.

O espelho côncavo, ao contrário de um espelho convexo, pode formar várias imagens diferentes, dependendo da posição do objeto em relação ao espelho. São, na verdade, cinco situações possíveis, veja:

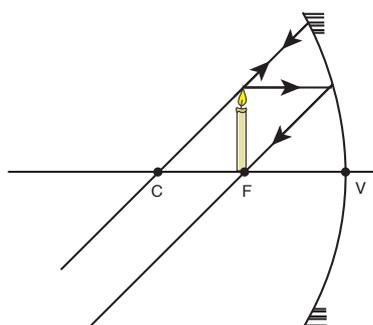
1º Caso: objeto entre o foco e o vértice

Imagem será sempre virtual, direta e maior do que o objeto.



Essa é a imagem usada pelas pessoas em seus espelhos de maquiagem. Repare que essa imagem ampliada só aparece se o rosto estiver próximo do espelho, pois precisa ficar entre o vértice e o foco.

2º Caso: objeto situado no foco

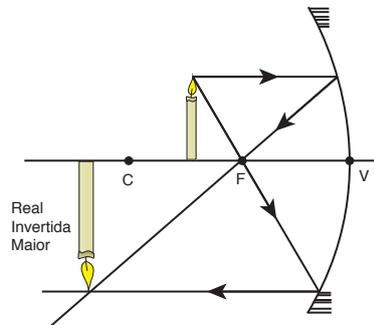


Essa é uma situação bastante particular. Repare que os raios refletidos pelo espelho são paralelos e, assim sendo, os seus prologamentos também serão. Como não há encontro dos raios refletidos, dizemos que o espelho não forma imagens nessa situação.

3º Caso: objeto entre o foco e o centro

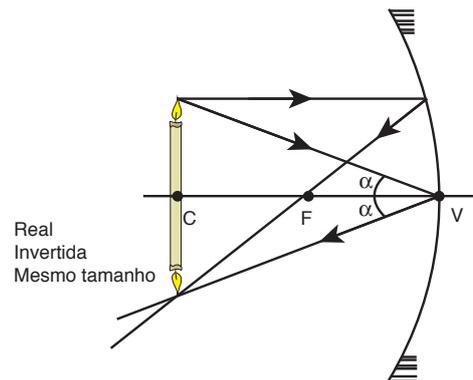
A imagem será sempre real, invertida e maior do que o objeto.

Temos aqui o nosso primeiro exemplo de formação de uma imagem real.

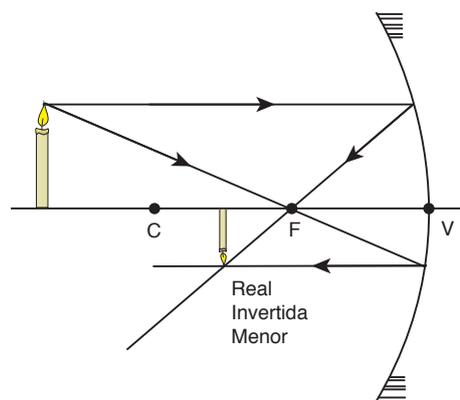


4º Caso: objeto situado no centro de curvatura

A imagem formada será sempre do mesmo tamanho, real e invertida.



5º Caso: objeto além do centro de curvatura



A imagem formada nesse caso será sempre invertida, real e menor do que o objeto.

Você pode observar essa imagem se olhar para a parte côncava de uma colher bem polida.

Essa é, também, a imagem ilustrada na foto mostrada no início desse capítulo do professor Bruno diante do espelho côncavo.

Equação de Gauss

Como você deve ter reparado nos exemplos citados, existem situações em que os espelhos esféricos formam imagens mais próximas do espelho do que o próprio objeto. Em outras situações, a imagem está mais distante. Para determinarmos essa distância nos espelhos esféricos, temos que usar a equação abaixo, conhecida como equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

No entanto, para utilizar corretamente a equação acima, devemos utilizar uma convenção de sinais. Veja:

Grandeza	Símbolo	Sinal positivo (+)	Sinal negativo (-)
Distância focal	f	Quando o espelho for côncavo	Quando o espelho for convexo
Distância do objeto ao espelho	D_o	Sempre	Nunca
Distância da imagem ao espelho	D_i	Quando a imagem for real	Quando a imagem for virtual

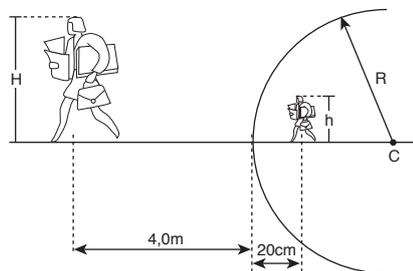
pra saber +

Arquimedes de Siracusa foi um matemático, físico, engenheiro, inventor, e astrônomo grego. A ele são atribuídas diversas histórias como a famosa “Eureka!” na qual ele havia resolvido o problema de determinar a composição da coroa do Rei Hierão II, que desconfiava não ter sido feita inteiramente de ouro. Outro feito notável e menos conhecido trata do “Raio da Morte de Arquimedes”, descrito pelo escritor do século II, Luciano de Samósata. De acordo com o escritor, durante um cerco romano à Siracusa, uma das estratégias utilizadas foi construir uma enorme estrutura semelhante a um espelho côncavo com os escudos polidos dos soldados. Essa estrutura seria capaz de concentrar os raios solares nos navios inimigos, incendiando-os. Diversos historiadores e cientistas contestam essa história, porém dada a genialidade de Arquimedes, é impossível refutar completamente o feito.

demonstração

1. (Unicamp/2008) Para espelhos esféricos nas condições de Gauss, a distância do objeto ao espelho, p , a distância da imagem ao espelho, p' , e o raio de curvatura do espelho, R , estão relacionados através da equação $\left(\frac{1}{p}\right) + \left(\frac{1}{p'}\right) = \frac{2}{R}$

O aumento linear transversal do espelho esférico é dado por $A = -p'/p$, onde o sinal de A representa a orientação da imagem, direta quando positivo e invertida, quando negativo. Em particular, espelhos convexos são úteis por permitir o aumento do campo de visão e por essa razão são frequentemente empregados em saídas de garagens e em corredores de supermercados. A figura a seguir mostra um espelho esférico convexo de raio de curvatura R . Quando uma pessoa está a uma distância de 4,0 m da superfície do espelho, sua imagem virtual se forma a 20 cm deste, conforme mostra a figura. Usando as expressões fornecidas acima, **CALCULE** o que se pede.



- A) O raio de curvatura do espelho.
B) O tamanho h da imagem, se a pessoa tiver $H = 1,60$ m de altura.

Resposta

- A) Expressão de Gauss $\frac{2}{R} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$.

Não se esqueça de que se a imagem é virtual

$$p' = -20 \text{ cm} = -0,2 \text{ m}$$

e que se o espelho é convexo, à distância focal também.

Logo:

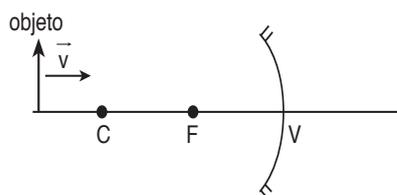
$$-\frac{2}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-(0,2)} \rightarrow -\frac{2}{R} = \frac{1}{4} - \frac{10}{2} \rightarrow$$

$$-\frac{2}{R} = -\frac{1-20}{4} \rightarrow R = \frac{8}{19} \text{ m}$$

B) A ampliação é

$$\left| \frac{i}{o} \right| = \left| \frac{p'}{p} \right| \rightarrow \frac{h}{1,6} = \frac{0,2}{4} \rightarrow h = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

2. (UEG/2008) Conforme a ilustração a seguir, um objeto de 10 cm de altura move-se no eixo de um espelho esférico côncavo com raio de curvatura $R = 20$ cm, aproximando-se dele. O objeto parte de uma distância de 50 cm do vértice do espelho, animado com uma velocidade constante de 5 cm/s.



Responda ao que se pede.

- A) No instante $t = 2$ s, quais são as características da imagem formada? **JUSTIFIQUE.**
 B) Em qual instante a imagem do objeto se formará no infinito? **JUSTIFIQUE.**
 C) No instante $t = 7$ s, qual é a posição e tamanho da imagem formada? **JUSTIFIQUE.**

Resposta

A) $x = 5,0$ t.

$$\text{Para } t = 2,0 \text{ s} \rightarrow x = 10 \text{ cm.}$$

Assim, em $t = 2,0$ s, o objeto estará a 40 cm do vértice do espelho, ou seja, ele estará antes do centro de curvatura C do espelho.

Para um objeto que se encontra antes do centro de curvatura de um espelho côncavo, as características da imagem formada são: real, invertida e menor.

B) Para que a imagem se forme no infinito (imagem imprópria) o objeto deve se encontrar no foco do espelho. Portanto, ele deverá percorrer 40 cm. Assim, teremos:

$$x = 5,0 \text{ t}$$

$$40 = 5,0 \text{ t} \rightarrow t = 8,0 \text{ s.}$$

C) Distância percorrida pelo objeto em 7 s:

$$x = 5,0 \text{ t}$$

$$x = 5,0 \cdot 7,0 = 35 \text{ cm}$$

Logo a posição do objeto será: $p = 15$ cm.

Calculando a posição da imagem formada usando a relação:



$$\text{Utilizamos o fato de que } f = \frac{R}{2}$$

$$p' = 30 \text{ cm}$$

Em $t = 7,0$ s o objeto se encontra entre o foco e o Centro de Curvatura e, portanto, sua imagem será real, maior e invertida.

O cálculo do tamanho da imagem formada pode ser realizado utilizando a equação para ampliação da imagem, dada por:

$$A = i/o = p'/p$$

$$i/10 = -\frac{[(30)]}{15}$$

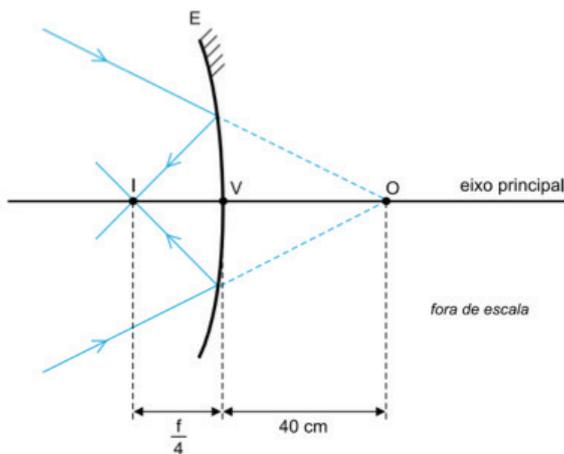
$$i = -20 \text{ cm}$$

Nesta equação i e o são os tamanhos da imagem e do objeto, respectivamente. O sinal negativo indica que a imagem formada é invertida.

Exercícios

Exercícios Orientados

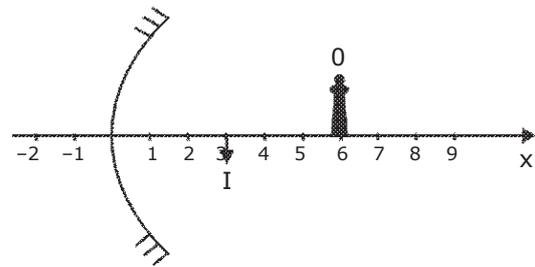
- (Espcex (Aman) 2018) O espelho retrovisor de um carro e o espelho em portas de elevador são, geralmente, espelhos esféricos convexos. Para um objeto real, um espelho convexo gaussiano forma uma imagem
 - real e menor.
 - virtual e menor.
 - real e maior.
 - virtual e invertida.
 - real e direita.
- (IFSUL-RS 2017) De acordo com a Óptica Geométrica e em relação aos espelhos, afirmar-se que a imagem conjugada através de um espelho
 - côncavo, de um objeto qualquer, é sempre de maior tamanho que o objeto.
 - convexo, de um objeto real, é sempre de menor tamanho que objeto.
 - plano, de um objeto real, é sempre real de mesmo tamanho que o objeto.
 - convexo, de um objeto real, é sempre de maior tamanho que o objeto.
- (FAMEMA 2018) Na figura, O é um ponto objeto virtual, vértice de um pincel de luz cônico convergente que incide sobre um espelho esférico côncavo E de distância focal f . Depois de refletidos no espelho, os raios desse pincel convergem para o ponto I sobre o eixo principal do espelho, a uma distância $f/4$ de seu vértice.



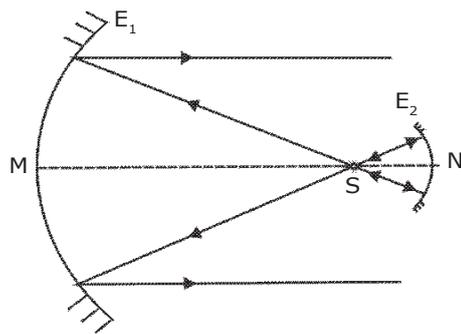
Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, é correto afirmar que a distância focal desse espelho é igual a

- 150 cm.
- 160 cm.
- 120 cm.
- 180 cm.
- 200 cm.

- (UFF-RJ) A figura representa um objeto O e sua imagem I formada por um espelho côncavo. O eixo do espelho coincide com o eixo x , que está graduado em centímetros. Se o objeto for deslocado para a posição $x = 1$ cm, a posição de sua nova imagem será, em cm:



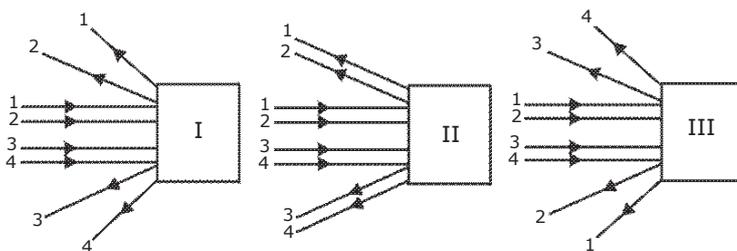
- 2
 - 1
 - 0,5
 - 1
 - 2
- (Cesgranrio-RJ) Em um farol de automóvel, dois espelhos esféricos côncavos são utilizados para obter-se um feixe de luz paralelo a partir de uma fonte aproximadamente pontual. O espelho principal E_1 tem 16,0 cm de raio. O espelho auxiliar E_2 tem 2,0 cm de raio. Para que o feixe produzido seja efetivamente paralelo, as distâncias da fonte S aos vértices M e N dos espelhos devem ser iguais respectivamente a:



	Distância SM	Distância SN
A)	8,0 cm	1,0 cm
B)	16,0 cm	2,0 cm
C)	16,0 cm	1,0 cm
D)	8,0 cm	2,0 cm
E)	8,0 cm	4,0 cm

Exercícios Complementares

6. (ITA-SP) Um jovem estudante, para fazer a barba mais eficientemente, resolve comprar um espelho esférico que aumente duas vezes a imagem do seu rosto quando ele se coloca a 50 cm dele. Que tipo de espelho ele deve usar e qual o raio de curvatura?
- A) Convexo com $R = 50$ cm.
 B) Côncavo com $R = 200$ cm.
 C) Côncavo com $R = 33,3$ cm.
 D) Convexo com $R = 67$ cm
 E) um espelho diferente dos mencionados.
7. Um objeto real se aproxima de um espelho côncavo, partindo de uma posição situada além do centro de curvatura, indo até o plano focal. Quanto à imagem, podemos afirmar que:
- A) diminui de tamanho, aproxima-se do espelho e tem sempre natureza virtual.
 B) aumenta de tamanho, afasta-se do espelho e tem sempre natureza virtual.
 C) aumenta de tamanho, afasta-se do espelho e tem sempre natureza real.
 D) apresenta sempre o mesmo tamanho.
 E) nenhuma das anteriores.
8. Deseja-se obter a imagem de uma lâmpada, ampliada 5 vezes, sobre uma parede situada a 12 cm de distância da mesma. Quais as características e a posição do espelho a utilizar?
- A) convexo, 5 cm de raio, a 3 cm da lâmpada
 B) côncavo, 5 cm de raio, a 3 cm da lâmpada
 C) convexo, 24 cm de raio, a 2 cm da lâmpada
 D) côncavo, 6 cm de raio, a 4 cm da lâmpada
9. (UFMG) Em cada uma das situações seguintes estão representados quatro raios de luz que são refletidos por espelhos, ocultos por placas retangulares:



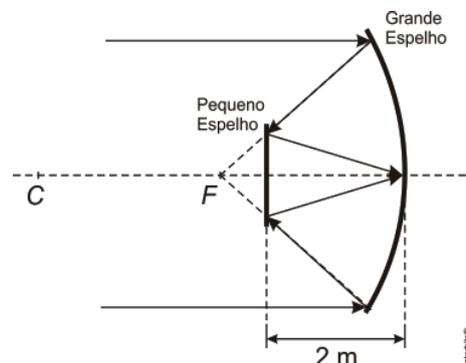
As formas dos espelhos são:



Observando a trajetória dos raios incidentes e refletidos, conclui-se que, em I, II e III, estão colocados, respectivamente, os espelhos:

- A) convexo, planos e côncavo
 B) côncavo, planos e convexo
 C) planos, côncavo e convexo
 D) convexo, côncavo e planos

10. (FCMMG 2002) Um automóvel tem três espelhos:
- um plano, usado no retrovisor interno;
 - um convexo, usado no retrovisor externo;
 - um côncavo, usado para ampliar imagens do rosto do passageiro dianteiro.
- A imagem de cada um desses três espelhos é, respectivamente:
- A) real, virtual e real.
 B) virtual, real e real.
 C) virtual, virtual e real.
 D) virtual, virtual e virtual.
11. (FCMMG 2012) Dois espelhos esféricos côncavos de 40cm de raio são colocados a um metro de distância, um de frente para o outro. Uma vela acesa é posicionada a 60 cm de um dos espelhos. A distância entre as duas primeiras imagens formadas da vela é de:
- A) 10 cm.
 B) 20 cm.
 C) 30 cm.
 D) 40 cm.
12. (PUC 2012) Enquanto aguarda o seu almoço, um estudante observa sua imagem através da superfície côncava de uma colher, próxima ao prato sobre a mesa. Considerando-se a colher como um espelho esférico, é **CORRETO** afirmar que a imagem vista pelo estudante é:
- A) real, maior e direita.
 B) real, menor e invertida.
 C) virtual, menor e direita.
 D) virtual, maior e direita.
13. (UFJF) A luz de um feixe paralelo de um objeto distante atinge um grande espelho, de raio de curvatura $R = 5,0$ m, de um poderoso telescópio, como mostra a figura. Após atingir o grande espelho, a luz é refletida por um pequeno espelho, também esférico e não plano como parece, que está a 2 m do grande. Sabendo que a luz é focalizada no vértice do grande espelho esférico, faça o que se pede nos itens seguintes.



- A) O objeto no ponto F, para o pequeno espelho, é real ou virtual? justifique sua resposta.
 B) Calcule o raio de curvatura r do pequeno espelho.
 C) O pequeno espelho é côncavo ou convexo? Justifique sua resposta.

